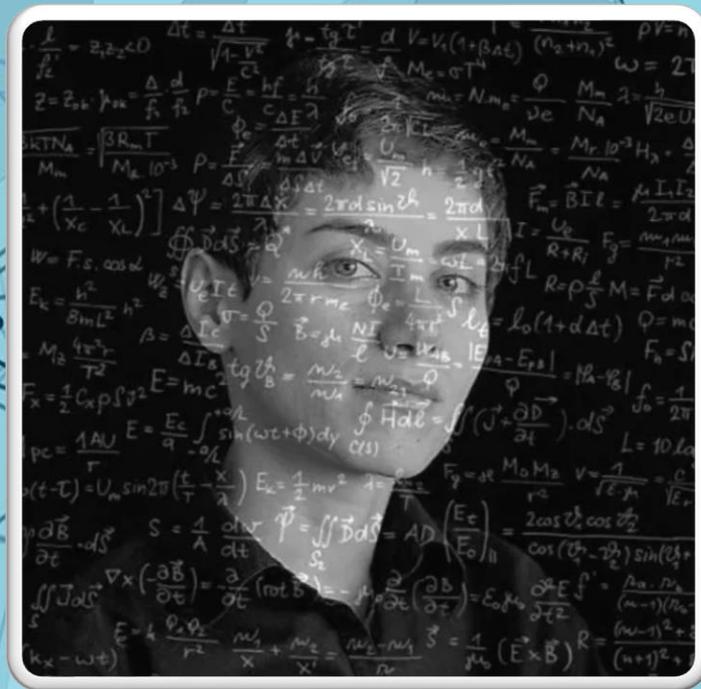


DIRECCIÓN GENERAL DE FORTALECIMIENTO
ACADÉMICO DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
CUARTO CONCURSO VIRTUAL ESTATAL DE
MATEMÁTICAS 2023
“MARYAM MIRZAKHANI”.



GUÍA DE ESTUDIO

GUÍA DE ESTUDIO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR 2023

Editado por

MARIO ALBERTO AYALA GALINDO



INTRODUCCIÓN

En 2020 LA DIRECCIÓN GENERAL DE FORTALECIMIENTO ACADÉMICO DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR llevó a cabo el Primer Concurso Virtual Estatal de Matemáticas Maryam Mirzakhani en el Estado de México, Con el objetivo de generar, interés, amor y pasión por las matemáticas, en jóvenes de Educación Media Superior, así como incrementar los índices de aprovechamiento a nivel: estatal, nacional e internacional.

El Concurso tuvo tanta aceptación entre los participantes y profesores. Que actualmente se organiza el **IV Virtual Estatal De Matemáticas Maryam Mirzakhani** con la participación de diferentes subsistemas de Educación Media Superior del Estado de México.

En el Concurso pueden participar:

- ∞ Escuelas privadas, públicas, (no hay límite de inscritos).
- ∞ Alumnos preparatoria sin importar el grado en que se encuentren cursando.

El Concurso se divide en tres etapas:

- ∞ **1ra Etapa:** Se llevará a cabo de manera virtual la 2da. semana de noviembre de 2023, la cual consiste en aplicar un examen de 25 ejercicios de opción múltiple, es responsabilidad de cada escuela estar pendiente de que los alumnos que se inscribieron presenten el examen dándoles las facilidades para ello.
- ∞ **2da Etapa:** Se llevará a cabo de manera virtual la 4ta. semana de noviembre de 2023, la cual consiste en aplicar un examen de 15 ejercicios de opción múltiple y 5 problemas abiertos a desarrollar, es responsabilidad de cada escuela estar pendiente de sus alumnos que aprobaron la 1ra etapa para sustentar esta 2da. etapa dándoles las facilidades para ello.
- ∞ **3ra Etapa y final:** Se llevará a cabo de manera virtual la 1ra. semana de diciembre de 2023, la cual consiste en aplicar un examen de 15 problemas abiertos a desarrollar, es responsabilidad de cada escuela estar pendiente de sus alumnos que aprobaron la 2da. etapa para sustentar esta 3ra. Y final etapa dándoles las facilidades para ello.

- ∞ El examen del concurso se realiza en base a los programas vigentes de estudio de Educación Media Superior.

En el caso de las diferentes etapas, son problemas estilo **planea, ceneval (exani – II** para el ingreso a la universidad) y para aquellas escuelas que aplican el examen **Domina - cde** (Domina las competencias disciplinares extendidas).

BIOGRAFÍA

Maryam Mirzakhani

Nació en Teherán (Irán). Aspiraba a ser escritora mientras estudiaba en la escuela femenina Farzanegan de Teherán, pero su fascinación por las matemáticas acabó llevándola a convertirse en matemática.

En sus primeros y últimos años de colegio, fue galardonada con la medalla de oro de matemáticas en la Olimpiada Nacional Iraní.

A los 17 años, obtuvo 41 de 42 puntos en la Olimpiada Internacional de Matemáticas y se convirtió en la primera mujer Iraní en conseguir el primer puesto. Al año siguiente, Mirzakhani y Roya Beheshti Zavareh se convirtieron en las primeras mujeres en participar en la Olimpiada Nacional de Matemáticas de Irán, donde ella ganó la medalla de oro (y Zavareh la de plata). Ese mismo año, ganó dos medallas de oro en la Olimpiada Matemática Internacional e hizo historia como la primera Iraní en lograr una puntuación perfecta.

Después del colegio, estudió Matemáticas en la Universidad Tecnológica Sharif y se trasladó a Estados Unidos para proseguir sus estudios. En 2004, tras doctorarse en la Universidad de Harvard, fue investigadora en el Instituto Clay de Matemáticas y Profesora en la Universidad de Princeton. En 2009, pasó a ser Profesora en la Universidad de Stanford.

Mirzakhani se especializó en matemáticas teóricas, centrando su investigación en espacios de moduli, geometría hiperbólica, teoría de Teichmüller, geometría simpléctica y teoría ergódica, e identificando la dinámica geométrica y las complejidades de superficies curvas como esferas, amebas y formas de donut. Su trabajo original ha contribuido a otros campos científicos, como la física teórica, la ingeniería y la ciencia de los materiales.

En 2014, demostró que el espacio de moduli (un espacio geométrico cuyos puntos representan objetos algebrogeométricos) es regular y no irregular o fractal.

Ese mismo año, fue galardonada con la Medalla Fields, el premio más prestigioso en Matemáticas, por sus “destacadas contribuciones a la dinámica y geometría de las superficies de Riemann y sus espacios de moduli.” Fue la primera mujer e Iraní en recibir el premio.

En 2017, a los 40 años, falleció tras una larga batalla contra el cáncer de mama.

PRESENTACIÓN

El siguiente cuadernillo se crea con la finalidad de que sirva para el profesor como una guía en el salón de clase o como orientación para que los alumnos se preparen para participar en el Cuarto Concurso Virtual Estatal De Matemáticas “Maryam Mirzakhani”.

Se anexa la respuesta correcta a cada problema, más no su procedimiento, sabemos que cada uno es libre de elegir la solución más favorable y creativa.

Esta publicación es anual. Por lo que invitamos a todos los lectores a enviar problemas inéditos de preparatoria con su solución, al yonkany2808@gmail.com, los cuales serán incluidos en futuras guías, cuadernillos o libros.

La Belleza de las matemáticas solo se evidencia a sus discípulos más pacientes

Maryam Mirzakhani

MEDIO SUPERIOR

1. Encuentra el valor numérico de:

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}{\frac{1}{2} \div \frac{2}{3}}$$

2. Jorge Alberto tiene un cierto número de canicas, lo único que se sabe es que $\frac{2}{3}$ son rojas, $\frac{1}{5}$ son blancas y 8 son verdes. ¿Cuántas canicas tiene Jorge Alberto?

3. Sabemos que, en una fiesta infantil, $\frac{1}{3}$ de los invitados son adultos y el resto niños. Entre los adultos, $\frac{3}{5}$ son señores, si en la fiesta hay 40 señoras. ¿Cuántos invitados asistieron en total a la fiesta?

4. ¿Cuál es el resultado de la operación $12 \div 3 \times 2 + 2 \div 2 + 1$?

5. Resuelve la siguiente operación entre números mixtos: $3\frac{1}{2} - 1\frac{2}{3}$

6. Simplifica la siguiente operación utilizando un sólo radical: $\sqrt{3} \times \sqrt[3]{3}$

7. Encuentra el valor numérico de $\sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{2}$

8. Encuentra el resultado de la operación que se muestra a continuación:

$$\frac{0.00001}{(0.001)^2}$$

9. Desarrolla $(2x - 3y)^3$

10. Simplifica $m - 3(m + n) + [-\{-(-2m + n - 2 - 3[m - n + 1]) + m\}]$

11. Durante la clase del profesor Mario, uno de sus alumnos le preguntó su edad, por lo que el profesor respondió: Si al doble de mi edad le quitas 17 años, se tendrá lo que me falta para tener 100 años. ¿Qué edad tiene el profesor Mario?

12. La diferencia de dos números es 36. Si el mayor se disminuye en 12 se tiene el cuádruplo del menor. Hallar los números

13. Hace 14 años la edad del Padre era el triple de la edad de su hijo y ahora es el doble. Hallar las edades actuales.

14. Simplificar la siguiente expresión:

$$\frac{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}}{\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x+1}}$$

15. Simplificar la siguiente expresión:

$$x - \frac{x-2}{1 - \frac{1}{x+2}}$$

16. Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{3}{2x+1} - \frac{2}{2x-1} - \frac{x+3}{4x^2-1} = 0$$

17. Resuelve el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{10}{x} + \frac{9}{y} = 2 \\ \frac{7}{x} - \frac{6}{y} = \frac{11}{2} \end{cases}$$

18. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + 4y - z = 6 \\ 2x + 5y - 7z = -9 \\ 3x - 2y + z = 2 \end{cases}$$

19. Si a los dos términos de una fracción se añade 3, el valor de la fracción es $\frac{1}{2}$, y si a los dos términos se resta 1, el valor de la fracción es $\frac{1}{3}$. Hallar la fracción.

20. Simplifica $\sqrt{45} - \sqrt{80} - \sqrt{20}$

21. Racionaliza el denominador de la siguiente expresión:

$$\frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$$

22. Encuentra el valor del siguiente logaritmo:

$$\log \left(\sqrt[3]{0.01\sqrt{0.1}} \right)$$

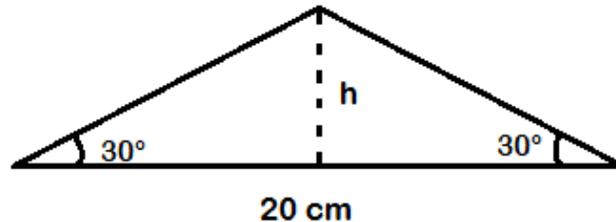
23. Resuelve la siguiente desigualdad:

$$\frac{x+1}{x+3} \leq 2$$

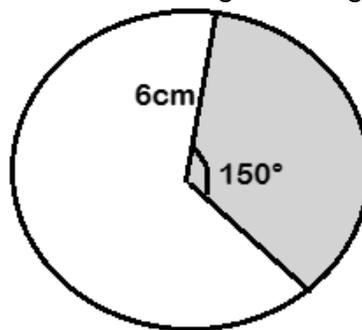
24. Reduce la siguiente expresión trigonométrica:

$$\operatorname{sen}(\theta)(\tan(\theta) + \cot(\theta))$$

25. Encuentra el valor de la altura del siguiente triángulo:



26. Encuentra el área de la región sombreada en la siguiente figura:



27. Encuentre que tipo de triángulo es el formado por los puntos $A(7,5)$, $B(2,3)$ y $C(6,-7)$.

28. Demostrar que los tres puntos siguientes son colineales: $A(-3,-2)$, $B(5,2)$, $C(9,4)$

29. Hallar el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de coordenadas $A(2,3)$, $B(5,7)$ y $C(-3,4)$.

30. Hallar el punto de abscisa 3 que diste 10 unidades del punto $A(-3,6)$

31. Encuentra las coordenadas del punto P que divide al segmento \overline{AB} en la razón $r = 2$, donde $A(3, -2)$ y $B(-6, 7)$.
32. Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento determinado por los puntos de coordenadas $A(-3, 2)$ y $B(5, -4)$
33. Hallar la ecuación de la circunferencia de centro $C(2, 3)$ y que pase por el punto $A(5, -1)$.
34. Hallar el valor del parámetro K en la ecuación $2x + 3y + K = 0$ de forma que dicha recta forme con los ejes coordenados un triángulo de área 27 unidades cuadradas de superficie.
35. Hallar un punto de la recta $3x + y + 4 = 0$ que equidista de los puntos $A(-5, 6)$ y $B(3, 2)$.
36. Hallar la distancia entre la recta $3x + 4y - 2 = 0$ y el punto $A(5, 3)$.
37. Encuentra las coordenadas del vértice de la parábola $y^2 + 8y - 6x + 4 = 0$
38. Hallar la ecuación de la parábola de vértice $V(-2, 3)$ y foco $F(1, 3)$
39. Encuentra los vértices de la elipse cuya ecuación:

$$4x^2 + 9y^2 - 48x + 72y + 144 = 0$$

40. Hallar la ecuación de la elipse de centro $C(3,1)$, uno de los vértices en $V(3, -2)$ y excentricidad $e = \frac{1}{3}$.

41. Hallar la ecuación de la hipérbola con centro en el origen, eje real sobre el eje de coordenadas "y", longitud del lado recto 36 y distancia entre los focos igual a 24.

42. Encuentra el dominio de la función $f(x) = \sqrt{x^2 - 16}$

43. Sea $f: (-1, \infty) \rightarrow (-\infty, 1)$ dada por $f(x) = \frac{x}{x+1}$. Encuentra la inversa de la función $f(x)$.

44. Sea $f(x) = \frac{x}{x-1}$ y $g(x) = \frac{1}{x+1}$. Realiza $f \circ g(x)$

45. Encuentra el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^7 - 1}{x - 1}$$

46. Encuentra el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{x - 5}$$

47. Encuentra el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 6x^2 - x + 2}{3x^5 - 12}$$

48. Deriva la siguiente función:

$$f(x) = \text{sen}^4(4x)$$

49. Deriva la siguiente función: (Expresa tu resultado en forma racionalizada)

$$y = \sqrt{\frac{x}{x+1}}$$

50. Realiza la derivada implícita de:

$$\text{sen}(x) + \cos(y) = x + y$$

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS

MEDIO SUPERIOR

1. $\frac{14}{9}$
2. 60 canicas
3. 300 invitados
4. 10
5. $1\frac{5}{6}$
6. $\sqrt[6]{3^5}$
7. 4
8. 10
9. $8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$
10. $-8m + n - 5$
11. 39 años
12. 44 y 8
13. Papá 56 años e hijo 28
14. $\frac{2}{x^2+1}$
15. $\frac{x}{x+1}$
16. $x = 8$
17. $x = 2; y = -3$
18. $x = 1; y = 2; z = 3$
19. $\frac{5}{13}$
20. $-3\sqrt{5}$
21. $7 + 4\sqrt{3}$
22. $-\frac{5}{6}$
23. $(-\infty, -5] \cup (-3, \infty)$
24. $\sec \theta$
25. $h = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$
26. $15\pi \text{ cm}^2$
27. Rectángulo
28. $d(A, C) = d(A, B) + d(B, C); 6\sqrt{5} = 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$
29. $11.5 u^2$
30. $B_1(3, -2), B_2(3, 14)$
31. $P(-3, 4)$
32. $4x - 3y - 7 = 0$
33. $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$
34. $K = \pm 18$
35. $P(-2, 2)$
36. 5
37. $V(-2, -4)$
38. $y^2 - 6y - 12x - 15 = 0$
39. $V_1(0, -4)$ y $V_2(12, -4)$
40. $9x^2 + 8y^2 - 54x - 16y + 17 = 0$
41. $3y^2 - x^2 - 108 = 0$
42. $(-\infty, -4] \cup [4, \infty)$
43. $f^{-1}(x) = \frac{x}{1-x}$
44. $f \circ g(x) = -\frac{1}{x}$
45. 7
46. $\frac{1}{6}$
47. $\frac{2}{3}$
48. $f'(x) = 16\text{sen}^3(4x)\text{cos}(4x)$
49. $y' = \frac{\sqrt{x(x+1)}}{2x(x+1)^2}$
50. $\frac{dy}{dx} = -\frac{\cos(x)-1}{\cos(y)-1}$

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a todos nuestros:

- ∞ Dependencias Gubernamentales
- ∞ Directores y Subdirectores de los diferentes Subsistemas de Educación Media superior.
- ∞ Docentes Entrenadores de los alumnos participantes
- ∞ Escuelas de Educación Media Superior de los diferentes subsistemas
- ∞ Directivos
- ∞ Participantes

Muchas gracias, sin ustedes, nada de esto sería posible.